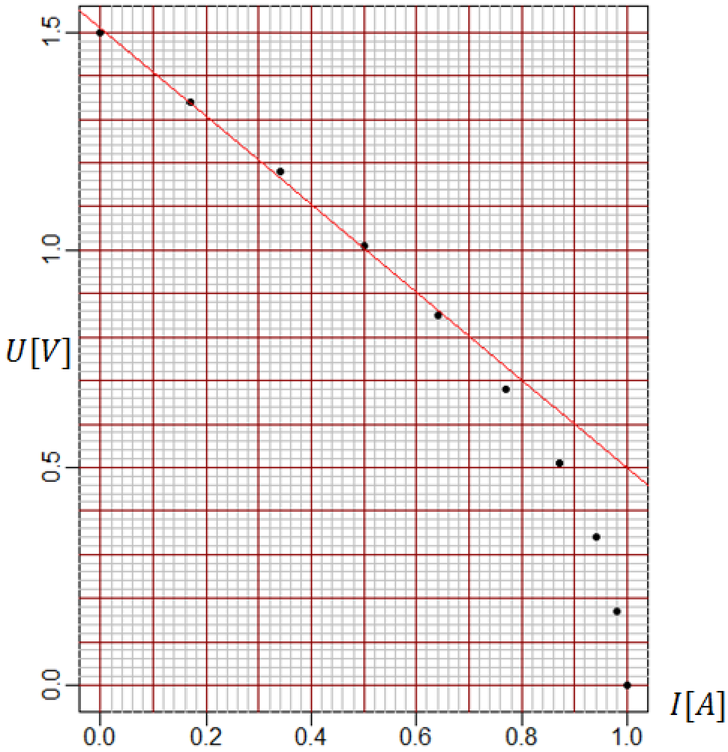
Subiectul I: Electrocinetică	Punctaj
1 A. Modelarea unei baterii electrice uzate	**5 puncte**

a.

I/A	0,00	0,17	0,34	0,50	0,64
U/V	1,50	1,34	1,18	1,01	0,85
R/Ω	∞	7,88	3,47	2,02	1,33
I/A	0,77	0,87	0,94	0,98	1,00
U/V	0,68	0,51	0,34	0,17	0,00
R/Ω	0,88	0,59	0,36	0,17	0,00

0,50 p



0,50 p (grafic)

Parametrii estimați din grafic trebuie să fie in jurul acestor valori: E=1,51V; r=1,01Ω și I_{sc}=1,49A cu o eroare maxim admisă de 10%. **0,20 p**

b. Termenii $(\frac{a}{R^2} + b)$ trebuie să fie de dimensiune $1/V^2$.

Trebuie scrise răspunsurile: $\langle a \rangle = \frac{\Omega^2}{V^2} = A^{-2}$ și $\langle b \rangle = V^{-2}$ **0,50 p**

Deoarece $R = U/I$ putem scrie $U = \frac{1}{\sqrt{\frac{aI^2}{U^2}+b}}$; Ridicăm la pătrat expresia și o rezolvăm pentru U. Rezultă $U = \sqrt{\frac{1-aI^2}{b}}$.	**0,50 p**
Deoarece atunci când $I = 0$, $U = E$ identificăm $E = \frac{1}{\sqrt{b}}$. Similar când $U = 0$,	**0,20 p**
$I = I_{sc}$. Găsim $I_{sc} = \frac{1}{\sqrt{a}}$. Expresia $U(I)$ devine $U = E\sqrt{1-\frac{I^2}{I_{sc}^2}}$.	**0,80 p**
c. Găsim imediat $f(x) = \sqrt{1-x^2}$. Găsim expresia $p(x) = \sqrt{x^2(1-x^2)}$; dar functia $g(z) = z(1-z)$ este o parabolă care are maximul $1/4$ la $z_m = 1/2$.	**0,50 p**
Prin urmare maximul lui $p(x)$ este $1/2$, care este atins atunci când $x = 1/\sqrt{2}$. Notăm coordonata x a maximului cu x_m. Adică $x_m = 1/\sqrt{2}$.	**0,30 p**
Puterea este $P = UI = p(x)\cdot EI_{sc}$; Deci $P_{max} = EI_{sc}/2$ care este atins atunci când $I/I_{sc} = 1/\sqrt{2}$. Adică $I_m = I_{sc}/\sqrt{2}$. În acest punct $U(I_m) = \frac{E}{\sqrt{2}} = U_m$ iar $R_m = U_m/I_m = E/I_{sc}$.	**0,50 p**
d. Considerăm o deviație mică în jurul punctului x_m, de forma $x = x_m + \varepsilon$, pe care o înlocuim în expresia $U = E\sqrt{1-x^2}$. știm că $x_m = \frac{1}{\sqrt{2}}$; Obținem consecutiv aproximațiile: $U = E\sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\varepsilon\right)^2} = E\sqrt{1-\frac{1}{2}-\frac{2}{\sqrt{2}}\varepsilon-\varepsilon^2} \cong E\sqrt{\frac{1}{2}-\sqrt{2}\varepsilon}$. Adică $U = \frac{E}{\sqrt{2}}\left(1-2\sqrt{2}\varepsilon\right)^{\frac{1}{2}} \cong \frac{E}{\sqrt{2}}\left(1-\sqrt{2}\varepsilon\right) = \frac{E}{\sqrt{2}}\left[1-\sqrt{2}\left(\frac{I}{I_{sc}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right] = \frac{2E}{\sqrt{2}}-\frac{E}{I_{sc}}I$	**0,20 p**
Am ajuns la penultima expresie folosind relația $\frac{I}{I_{sc}} = x = x_m + \varepsilon$ pe care am rezolvat-o pentru ε. Adică $\varepsilon = \frac{I}{Isc}-\frac{1}{\sqrt{2}}$. Identificăm ultima expresie $U = \frac{2E}{\sqrt{2}}-\frac{E}{I_{sc}}I$ cu $U = E_m - r_m I$ și găsim: $E_m = \sqrt{2}E$ și $r_m = \frac{E}{I_{sc}}$.	**0,30 p**
Interesant este că la transfer maxim de putere rămâne valabilă egalitatea $r_m = R_m$ și în cazul acestei dependențe neliniare $U(I)$.	

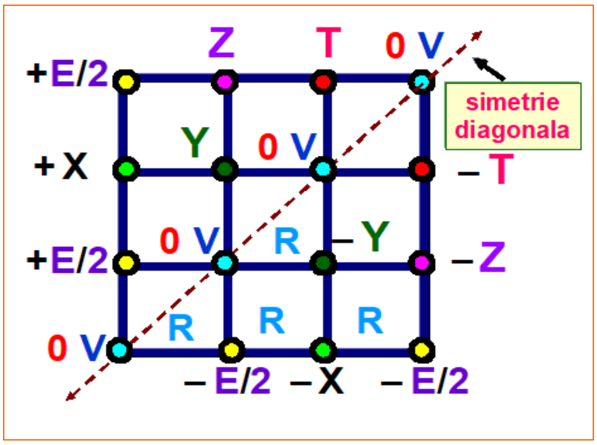
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023

Barem de evaluare și de notare

1 B. Rețea simetrică de rezistori, ampermetre si voltmetre ideale	**4 puncte**

Există mai multe metode de rezolvare a acestei probleme, dar noi aici vom rezolva prin metoda simetriei rețelei respective de rezistori (și aparatelor de măsură), simetrie de-a lungul diagonalei desenate cu linie întreruptă în figura alăturată. Notăm cu (+E/2), potențialul electric al bornei pozitive a bateriei electrice și cu (–E/2), potențialul electric al bornei negative a bateriei. Atunci datorită simetriei, potențialul nodurilor de pe diagonală este nul (0 V). **0,20 p**



0,70 p (schema)

Conform <u>metodei simetriei</u>, potențialele nodurilor perpendiculare pe această diagonală cu potențial zero, de o parte și de alta a diagonalei, vor avea potențiale pozitive (+ E/2; Z ; T ; +X; Y ; + E/2, citite pe o orizontală, de sus în jos) și corespunzător/simetric de o cealaltă parte a diagonalei vor fi negative, adică opuse ca semn (– E/2; – X; – E/2; – Y ; – Z ; – T , citite pe o orizontală de jos în sus). **0,20 p**

Aceasta deoarece tensiunea electrică la bornele unui ampermetru ideal este nulă: $U_A = I_A \cdot R_A = 0$, iar intensitatea curentului electric printr-un voltmetru ideal este nulă. Deci potențialele nodurilor unde este conectat un ampermetru perfect/ideal sunt egale, iar intensitatea curentului printr-un voltmetru ideal este nulă. Observăm că ampermetrul ideal A_3 are potențialele electrice la borne ($+T$) și respectiv ($-T$). Dar tensiunea la borne fiind $U_3 = T-(-T) = 2T = 0$, ambele afirmații trebuind îndeplinite simultan $\Rightarrow T=0$. **0,30 p** Folosind prima lege a lui Kirchhoff ($\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$) scrisă pentru nodul electric cu potențial electric notat (+X), nodul cu potențial ($+Y$) și respectiv nodul cu potențial ($+Z$) obținem:

Pentru nodul de potențial (+X): $\dfrac{Y-X}{R}+\dfrac{E/2-X}{R}+\dfrac{E/2-X}{R}=0$; **0,30 p**

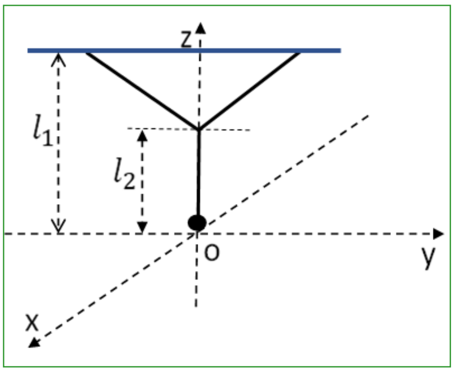
Pentru nodul de potențial ($+Y$): $\dfrac{X-Y}{R}+\dfrac{Z-Y}{R}+\dfrac{0-Y}{R}+\dfrac{0-Y}{R}=0$; **0,30 p**

Pentru nodul de potențial ($+Z$): $\dfrac{E/2-Z}{R}+\dfrac{T-Z}{R}+\dfrac{Y-Z}{R}=0$. **0,30 p**

Deducem: $Y = 3\cdot X - E$; $4\cdot Y = X + Z$; $3\cdot Z = Y + E/2$; $T = 0$. Obținem valorile numerice ale potențialelor electrice: $X = \dfrac{23}{60}\cdot \mathrm{E}$; $Y = \dfrac{9}{60}\cdot \mathrm{E}$ $Z = \dfrac{13}{60}\cdot \mathrm{E}$; $T = 0\,\mathrm{V}$; **0,60 p**

Indicațiile celor trei ampermetre sunt:

Intensitatea curentului electric prin ampermetrul A_1 este suma intensităților curenților electrici: $I_{A_1}=\frac{E/2-Z}{R}+\frac{E/2-X}{R}=\frac{2}{5}\cdot\frac{E}{R}=0{,}24\ \text{A}$;	**0,30 p**
Intensitatea curentului electric prin ampermetrul A_2 datorită simetriei este identică cu cea a ampermetrului A_1: $I_{A_2}=I_{A_1}=\frac{2}{5}\cdot\frac{E}{R}==0{,}24\ \text{A}$;	**0,20 p**
Intensitatea curentului electric prin ampermetrul A_3 este: $I_{A_3}=\frac{Z-T}{R}=\frac{Z}{R}=\frac{13}{60}\cdot\frac{E}{R}=0{,}13\ \text{A}$.	**0,30 p**
Indicațiile celor două voltmetre sunt identice, egale cu: $U_{V_1}=U_{V_2}=E/2-T=\text{E/2}=30\ \text{V}$.	**0,30 p**
Oficiu: Subiectul 1 – (A +B)	**1 punct**

Subiectul II - Oscilații mecanice – Pendulul BLACKBURN	**9 puncte**
a.	
	
$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$,	0,20 p
$\Rightarrow l_1 = \frac{T_1^2 \cdot g}{4\pi^2} \cong 4\,\text{m}$	0,20 p
$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$,	0,20 p
$\Rightarrow l_2 = \frac{T_2^2 \cdot g}{4\pi^2} \cong 1\,\text{m}$	0.20 p
b. $x(t) = A_x \cdot \sin(\omega_x \cdot t + \varphi_{0x})$.	0,20 p
La momentul $t = 0$ coordonata este $x(0) = 0$, deci $\varphi_{0x} = 0$.	0,20 p
Pulsația $\omega_x = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{\pi}{2}\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.	0,20 p
Ecuația vitezei este $v_x = \omega_x \cdot A_x \cdot \cos(\omega_x \cdot t + \varphi_{0x})$.	0,20 p
La momentul $t = 0$ viteza este $v_0 = \omega_x \cdot A_x$.	0,20 p
Rezultă că $A_x = \frac{v_0}{\omega_x} = \frac{2v_0}{\pi} \cong 4\,\text{cm}$	0,20 p
Legea de mișcare este: $x = 4 \cdot \sin\frac{\pi}{2}t\ \ (cm)$	0,50 p
c.	
Legea de mișcare are expresia $y(t) = A_y \cdot \sin(\omega_y \cdot t + \varphi_{0y})$.	0,20 p
$A_y = 5\,\text{cm}$	0,20 p
La $t = 0$ coordonata este $y = -A_y = -5\,cm$.	0,20 p
Rezultă că $\varphi_{0y} = -\frac{\pi}{2}$.	0,20 p
Pulsația este $\omega_y = \frac{2\pi}{T_2} = \pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.	0,20 p
Legea de mișcare este $y = 5 \cdot \sin(\pi \cdot t - \frac{\pi}{2})\ \ (\text{cm})$.	0,50 p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

d.

i. În acest caz corpul va efectua o mișcare descrisă după axa Ox de ecuația :

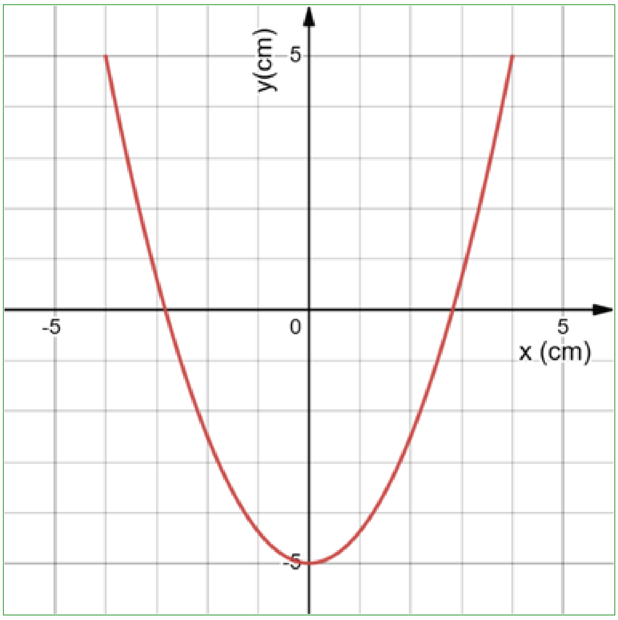
$$x = 4 \cdot \sin \frac{\pi}{2} t \ \ (cm)$$ **0,20 p**

și după axa Oy de ecuația: $y = 5 \cdot \sin(\pi \cdot t - \frac{\pi}{2}) \ \ (\mathrm{cm})$ **0,20 p**

Legea de mișcare după axa Oy se poate scrie:

$$y = -5 \cdot \left(1 - 2 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{2} t\right) \ (cm) = -5 + \frac{10}{16} x^2$$ **0,40 p**

ii. Am găsit anterior funcția: $y = -5 + \frac{10}{16} x^2$



Această funcție este de gradul al doilea, deci graficul va fi un arc de parabolă.

La $x = 0$, $y = -5\,\mathrm{cm}$ iar când **0,20 p**

$y = 5\,\mathrm{cm}$, $x = \pm\ 4\ \mathrm{cm}$. **0,20 p**

Graficul este parabola desenată alăturat pe care corpul o parcurge pornind din punctul de minim spre dreapta. **1,00 p pentru grafic**

e.

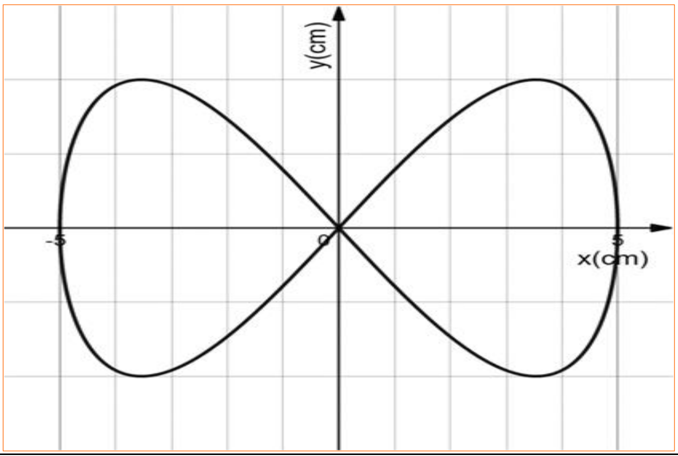
i. Procedând ca la punctele anterioare se găsesc ecuațiile de mișcare după axele Ox și Oy:

$$y = 2 \cdot \sin(\pi \cdot t) \ \ (\mathrm{cm})$$ **0,30 p**

și $x = 5cos\frac{\pi}{2}t$ (cm) **0,30 p**

Ecuația traiectoriei este: $y = \pm 4 \cdot \frac{x}{5}\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$ **0,40 p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

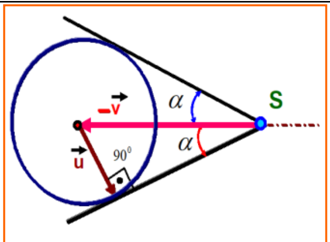
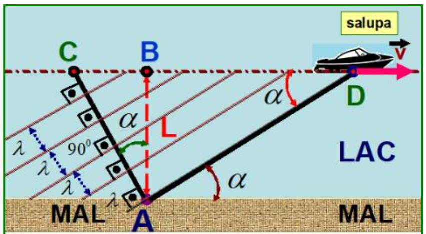
ii. 	Pentru $x = 0$ se obține $y = 0$. Pentru $x = \pm 5$ cm se obține $y = 0$ Pentru $y = \pm 2$ cm se obține $x = \pm \frac{5}{\sqrt{2}}$ cm Graficul este reprezentat în figura alăturată.	**0,20 p** **0,20 p** **0,40 p** **1,00 p pentru (grafic)**
Oficiu:		**1 punct**

MINISTERUL EDUCAȚIEI

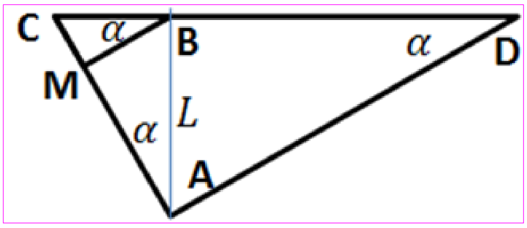
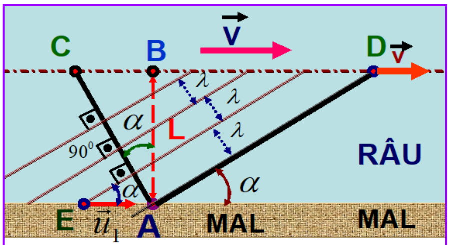
Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
5 martie 2023

XI

Barem de evaluare și de notare

Subiectul III: Unde mecanice	**9 puncte**
3A. – Interferența undelor mecanice	**4,5 puncte**
Diferența de drum dintre undele sonore care se suprapun: $\delta = 2.\sqrt{\left(L/_2\right)^2 + d^2} + \lambda/_2 - L = \sqrt{L^2 + 4d^2} + \lambda/_2 - L.$	0,80 p
$\lambda = c/_f = 1\ \mathrm{m}$	0,20 p
Condiția de maxim de interferență: $\delta = k\lambda;\ k = 1,2\ \ldots$	0,50 p
Rezultă: $L_k = \frac{4d^2 - (k - 1/_2)^2 . \lambda^2}{(2k-1)\lambda};\ k = 1,2\ \ldots$	0,50 p
$L_1 = 99{,}75\ \mathrm{m};\ L_2 = 32{,}58\ \mathrm{m};\ L_3 = 18{,}75\ \mathrm{m};\ L_4 = 12{,}54\ \mathrm{m}.$	0,50 p
Pentru un minim de interferență: $\delta = (k + 1/_2)\lambda;\ k = 1,2\ldots$	0,50 p
Obținem: $L'_k = \frac{4d^2 - k^2 . \lambda^2}{2k\lambda};\ k = 1,2\ldots$	0,50 p
$L'_1 = 49{,}50\ \mathrm{m};\ L'_2 = 24\ \mathrm{m}; L'_3 = 15{,}17\ \mathrm{m};\ L'_4 = 10{,}50\ \mathrm{m}.$	0,50 p
Din condiția $L_k > 0$ găsim $2d > (k - 1/_2)\lambda$ de unde $k < 2d/_\lambda + 1/_2 = 10{,}5.$	0,20 p
Așadar, numărul teoretic de poziții ale receptorului situate la distanță finită de sursă, corespunzătoare maximelor intensității sonore este $N_{max} = 10.$	0,30 p
3B. Unde mecanice: Valuri produse de o șalupă pe un lac, respectiv pe un râu	**4,5 puncte**
I. Pentru viteza valurilor, față de apă, putem scrie imediat relația $u = \lambda / T$. Fie $\vec{v}$ viteza șalupei față de maluri. În referențialul legat de șalupă apa lacului rămâne în urmă (are viteza $-\vec{v}$), iar valurile pornesc în toate direcțiile – distribuție izotropă, cu viteza $\vec{u}$ față de apă, din orice poziție prin care trece șalupa. Prima figură arată cum se formează așa-numitul ”con Mach ” (în cazul nostru, fenomenul având loc la suprafața apei, să-l numim ” triunghi Mach”) cu deschiderea 2α, unde $\alpha = \arcsin(u / v)$ (unghi Mach).  Figura 1	0,70 p (inclusiv fig. 1)
A doua figură ne arată unde se află șalupa (adică punctul D) în momentul când primul val a ajuns în A, precum și succesiunea următoarelor valuri (suprafețe de undă plane, deoarece înfășurătoarea tuturor undelor superficiale circulare este un plan, distanța dintre două suprafețe de undă vecine, care se propagă cu viteza u, fiind λ). Conform figurii putem scrie $L = BD \cdot tg\alpha = v \cdot t \cdot tg\alpha = u \cdot t / \cos\alpha$ și  Figura 2 de aici $sin\alpha = \frac{u}{v}$. (Alternativ, în triunghiul ACD rezultă $cos\alpha = \frac{L}{u(t+\tau)}$, unde $\tau = \frac{CB}{v} = \frac{L \cdot tg\alpha}{v}$).	0,50 p
Prin urmare: $v = \frac{u}{\sqrt{1 - \left(\frac{ut}{L}\right)^2}}$	0,50 p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Condiția necesară este ca $L > ut$. În cele din urmă, ținând cont că $u = \lambda / T$, obținem $\mathrm{v} = \dfrac{\lambda}{T \cdot \sqrt{1 - \left(\dfrac{\lambda \cdot t}{L \cdot T}\right)^2}}$.	**0,80 p**
<u>Altă metodă de rezolvare</u>: Facem figura alăturată. Fie C punctul din care a plecat valul care a ajuns primul la mal în punctul A. În momentul când șalupa a ajuns în punctul B, frontul de unda inițiat în C a ajuns la segmentul MB. Dacă notăm cu u viteza undei și cu v viteza șalupei avem $CM = u \cdot t_0$ și $CB = v \cdot t_0$, unde t_0 este timpul necesar frontului de undă să parcurgă distanța CM. În ΔBCM avem  $\frac{CM}{CB} = \frac{u \cdot t_0}{v \cdot t_0} = \sin \alpha$, unde am notat $\alpha = \widehat{CBM}$. Atunci când frontul de undă a ajuns în A, șalupa se află în punctul D. Adică $BD = v \cdot t$. În ΔABM dreptunghic, avem $\cos \alpha = \frac{u \cdot t}{L}$. Prin urmare avem: $\frac{u^2}{v^2} + \frac{u^2 t^2}{L^2} = 1$. Rezultă $v = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{u^2} - \frac{t^2}{L^2}}}$. Dar $u = \frac{\lambda}{T}$ ➔ $v = \frac{1}{\sqrt{\frac{T^2}{\lambda^2} - \frac{t^2}{L^2}}} = \frac{\lambda}{\sqrt{T^2 - \frac{\lambda^2 t^2}{L^2}}} = \frac{\lambda}{T \cdot \sqrt{1 - \frac{\lambda^2 \cdot t^2}{L^2 \cdot T^2}}}$.	**2,50 p** **(metoda)**
II. Acum $L = BD \cdot tg\alpha = (\mathrm{v} + V) \cdot t \cdot tg\alpha$. Să corelăm mărimile λ și T (analiză de efect Doppler) raportându-ne la al treilea desen.	**0,20 p**
Când ne-am afla pe malul unui lac, valul s-ar propaga de la **E** spre **A** cu viteza $u_1 = u / \sin \alpha$ iar distanța respectivă, adică $EA = \lambda / \sin \alpha$, ar fi parcursă în timpul T. Putem scrie $u_1 = u / \sin \alpha = \lambda / (T \cdot \sin \alpha)$. ....  Figura 3	**0,50 p**
Când ne aflăm pe malul unui râu care curge cu viteza V, în același sens cu u_1, este adevărată relația $u / \sin \alpha + V = \lambda / (T \cdot \sin \alpha)$. De aici $u = \lambda / T - V \sin \alpha$, pe care o putem combina cu relația $u = \mathrm{v} \cdot \sin \alpha$, obținând egalitatea dublă $\mathrm{v} + V = L / (t \cdot tg\alpha) = \lambda / (T \cdot \sin \alpha)$.	**0,50 p**
Ea ne dă imediat $\cos \alpha = \lambda \cdot t / L \cdot T$, respectiv $\sin \alpha = \sqrt{1 - (\lambda \cdot t / L \cdot T)^2}$. Revenind în relația anterioară găsim viteza șalupei față de apă ca fiind $\mathrm{v} = \lambda \cdot [T^2 - (\lambda \cdot t / L)^2]^{-1/2} - V = \dfrac{\lambda}{T \cdot \sqrt{1 - \left(\dfrac{\lambda \cdot t}{L \cdot T}\right)^2}} - V$. .... Precizăm că, deoarece $u < \mathrm{v}$, viteza V este inferioară valorii $\lambda \cdot [T^2 - (\lambda \cdot t / L)^2]^{-1/2}$ și asta înseamnă $\mathrm{v} > 0$.	**0,80 p**

2 p (metoda) (în total)

<u>Altă metodă alternativă de rezolvare 2:</u>

Fie C_0 poziția șalupei în momentul în care pornește primul val, care va ajunge la mal în punctul **A**. Dacă t_0 este durata propagării valului din momentul producerii până în momentul când atinge malul în **A**, avem (vezi *figura* 4): $C_0C = V \cdot t_0$; $C_0A = u \cdot t_0$; $C_0D = (\mathrm{v} + V) \cdot t_0$. **0,30 p**

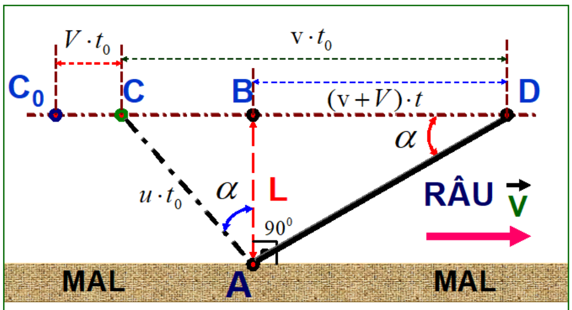


Figura 4

Valurile ce ajung la țărm reprezintă o suprapunere a tuturor undelor sferice emise în timpul deplasării șalupei, cu observația că, pe măsură ce raza lor crește liniar în timp cu viteza $\vec{u}$, centrul lor se deplasează odată cu apa râului (cu viteza $\vec{V}$).

Prin urmare, unghiul α format de frontul undei AD cu direcția deplasării râului este: **0,20 p**

$$\sin\alpha = \frac{AC}{CD} = \frac{u \cdot t_0}{\mathrm{v} \cdot t_0} = \frac{u}{\mathrm{v}} \qquad \textbf{(1)}$$

Pe de altă parte: $BD = (\mathrm{v} + V) \cdot t = L \cdot ctg\alpha$ **(2)** **0,20 p**

Referitor la distanța dintre două valuri consecutive care ajung la țărm în punctul **A** și egală cu λ, facem observația că, mișcarea valului cu viteza $\vec{u}$ față de apa se suprapune peste deplasarea apei râului cu viteza $\vec{V}$.

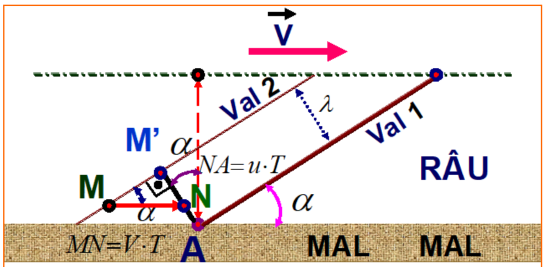


Figura 5

Prin urmare, la țărm, în punctul **A**, va ajunge după T secunde de la valul **1**, un punct **M** al valului **2** astfel încât (vezi *figura* 5): **0,20 p**

$$\begin{cases} MN = V \cdot T \\ NA = u \cdot T \end{cases}$$

Rezultă $M'N = MN \cdot \sin\alpha$, adică $\lambda = AM' = (u + V \cdot \sin\alpha) \cdot T$. Obținem: **0,20 p**

$$\frac{\lambda}{T} = (u + V \cdot \sin\alpha) \qquad \textbf{(3)}$$

0,30 p

Din relațiile (1) și (3) rezultă: $\frac{\lambda}{T} = u \cdot (1 + \frac{V}{\mathrm{v}}) \Rightarrow u = \frac{\lambda \cdot \mathrm{v}}{(\mathrm{v} + \mathrm{V}) \cdot \mathrm{T}}$ **(4)** **0,30 p**

Din relațiile (1) și (2) rezultă: $u = \frac{\mathrm{v}}{\sqrt{1 + \frac{(\mathrm{v}+\mathrm{V})^2 \cdot t^2}{\mathrm{L}^2}}}$ **(5)** **0,30 p**

MINISTERUL EDUCAȚIEI

XI

Olimpiada de Fizică

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București

5 martie 2023

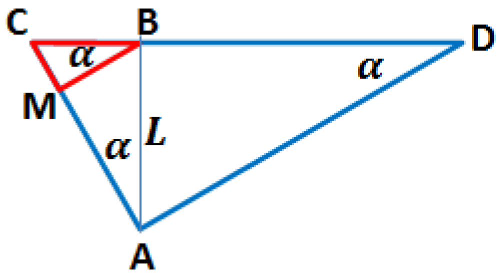
Barem de evaluare și de notare

În final din relațiile (4) și (5), obținem: $\text{v}=\dfrac{\lambda}{T\cdot\sqrt{1-\left(\dfrac{\lambda\cdot t}{\text{L}\cdot\text{T}}\right)^2}}-V$.

2 p (metoda) (în total)

Altă metodă alternativă de rezolvare 3:

Atunci când șalupa a ajuns în punctul B frontul de undă al siajul ei atinge linia MB. Când frontul de undă a ajuns în A șalupa a ajuns în punctul D (vezi figura alăturată).



Observatie. Transformarile Galilei conservă lungimile și unghiurile.

În ΔABM $MA=\boldsymbol{L}\cos\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{n\lambda}$ **0,20 p**

(distanţa MA măsurată în lungimi de undă produce numărul n care este acelaşi în orice sistem de referinţă inerţial). Frontul de undă parcurge distanţa MA în timpul t, adică $MA=ut$, unde u este viteza frontului măsurată în sistemul de referinţă în care punctul A stă pe loc. Prin definiţie avem. Rezultă $n=t/T$. Prin urmare: $\boldsymbol{\cos\alpha}=\dfrac{\boldsymbol{\lambda t}}{\boldsymbol{LT}}$ (1). **0,30 p** **0,30 p**

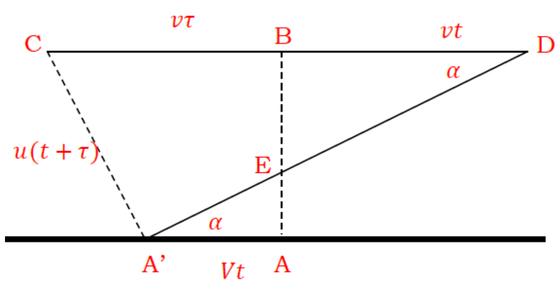
În ΔBDC avem $\boldsymbol{\sin\alpha}=\dfrac{\boldsymbol{u\tau}}{(\boldsymbol{v}+\boldsymbol{V})\boldsymbol{\tau}}=\dfrac{\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{v}+\boldsymbol{V}}$ (2), unde am notat cu τ timpul necesar frontului de undă să parcurgă distanţa CA şi şalupei să parcurgă distanţa CD. Înmulţim ultimul raport din (2) cu T şi folosim $\lambda=uT$. Obţinem astfel $\boldsymbol{\sin\alpha}=\dfrac{\boldsymbol{\lambda}}{(\boldsymbol{v}+\boldsymbol{V})\boldsymbol{\tau}}$ (3). **0,40 p**

Din relaţiile (3) şi (1) resultă succesiv $\boldsymbol{v}+\boldsymbol{V}=\dfrac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{T}\,\boldsymbol{\sin\alpha}}=\dfrac{\lambda}{T\sqrt{1-\cos^2\alpha}}=\dfrac{\lambda}{T\sqrt{1-\left(\frac{\lambda t}{LT}\right)^2}}$. **0,80 p**

Răspunsul la această cerinţă este prin urmare: $\boldsymbol{v}=\dfrac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{T}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda t}{LT}\right)^2}}-\boldsymbol{V}$.

Metodă alternativă de rezolvare 4

În SRI legat de apă: unda se propagă cu viteza u față de apă, șalupa se mișcă cu v față de apă. Tot față de apă malul se mișcă spre stânga cu V. După τ secunde de la producerea valului în C, șalupa este în B și după alte t secunde ajunge în D, iar valul și punctul A ajung în A'. Atunci:



$$L=AE+EB=Vt'\text{tg}\alpha+vt'\text{tg}\alpha$$
$$=(V+v)t'\cdot\text{tg}\alpha,$$

adică,

2 p (metoda) (în total)

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

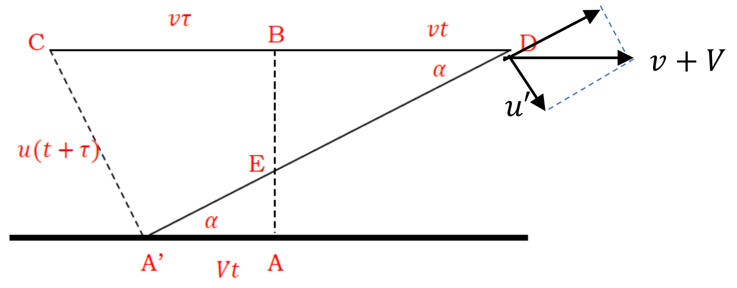
$$tg\alpha = \frac{L}{(V+v)t'}.$$

În SRI legat de mal: unghiul α rămâne același, iar viteza șalupei este $(v+V)$. Viteza de fază a undei este (vezi Fig.)

$$u' = (v+V)sin\alpha.$$

Din aceste ecuații rezultă:

$$cos\alpha = \frac{sin\alpha}{tg\alpha} = \frac{u't'}{L}.$$



Dar lungimea de undă λ este aceeași în ambele sisteme de referință, deci este un invariant; deasemenea lungimile și unghiurile au aceeași măsură în ambele SRI. Putem scrie deci relația: $\lambda = u \cdot T = u' \cdot T'$.

De aici rezultă: $$v + V = \frac{u'}{sin\alpha} = \frac{u'}{\sqrt{1-cos^2\alpha}} = \frac{u'}{\sqrt{1-\left(\frac{u't'}{L}\right)^2}} = \frac{\lambda}{T'\sqrt{1-\left(\frac{\lambda \cdot t'}{L \cdot T'}\right)^2}}.$$

Oficiu	**1 punct**

Barem propus de:

Lect. univ. dr. Cornel Mironel NICULAE, *Facultatea de Fizică, Universitatea București*

prof. Viorel SOLSCHI, *Colegiul Național ”Mihai Eminescu ” din Satu - Mare*

prof. Cristian MIU, *Inspectoratul Școlar Județean Olt*

prof. Dumitru ANTONIE, *Colegiul Tehnic nr.2 din Târgu – Jiu*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.